

Lévy 過程 (Lévy Processes)

平場 誠示 (Seiji HIRABA)

令和 元年 10 月 24 日

目次

1	Lévy 過程についての概要	1
2	Lévy 過程の定義と基本例	3
2.1	Lévy 過程の定義	3
2.2	指数時間と Poisson 過程	3
2.3	複合 Poisson 過程	7
2.4	Brown 運動 (Wiener 過程)	7
3	Lévy 過程と無限分解可能分布	12
3.1	無限分解可能分布	12
3.2	Lévy-Khintchine の標準形	14
4	Lévy 過程の重要な例	19
4.1	安定過程と安定分布	19
4.2	L -過程 (自己分解可能過程) と L -分布	23
5	Lévy 過程と分布	26
5.1	法則の意味の Lévy 過程	26
5.2	Lévy 過程の分布の絶対連続性	29
6	Lévy 過程と Markov 過程	33

本テキストでは、確率過程の中でも基本となる独立増分性を持つもの、即ち、加法過程について考え、特に、その中でも、確率連続で、時間的一様性をもち、見本関数が第 1 種不連続、即ち、右連続左極限をもつとき、**Lévy 過程**と呼び、これについて様々な性質を詳しく述べる。

Lévy 過程の各時点での分布が無限分解可能分布と呼ばれるものとなり、1 対 1 対応がつくこと、更に、その特性関数が **Lévy-Khintchine** の標準形で与えられることを示す。また、見本関数が **Lévy-Ito** 分解という確率積分を用いた表現を持つことも重要である。それについては、次節で概要だけ、紹介する。

本テキストは、佐藤健一著「加法過程」(紀伊國屋書店)を参考にし、証明の殆どは、ほぼ同じであるが、著者なりに理解し、少しでも分かり易くなるよう、簡単化と詳細化を施したつもりである。

加法過程、Lévy 過程の定義は、テキストによって、異なることがあり、注意が必要である。例えば、佐藤健一著「加法過程」(紀伊國屋書店)では、Lévy 過程を加法過程と呼び、その英語版では、Lévy 過程と呼んでいる。伊藤清著「確率論」(岩波書店)では、Lévy 過程には、時間的一様性は仮定していない。