

# パーコレーション (Percolation) \*

平場 誠示

本講義では「パーコレーション」と呼ばれる、スポンジへの水の浸透や、木々への病気の感染という現象を単純化した確率モデルにおいて、その浸透率、あるいは感染率（確率）に応じて、どのような現象が起きるかという、一風、変わった確率論の世界を紹介する。

## 目次

<b>1</b>	<b>パーコレーションとは？</b>	<b>1</b>
1.1	数学的モデルの説明	1
1.2	確率空間と確率変数	1
1.3	$1/3 \leq p_H \leq 2/3$	3
<b>2</b>	<b>3種の神器</b>	<b>5</b>
2.1	FKG 不等式 [Fortuin, Kesten, Ginibre]	5
2.2	BK 不等式 [van den Berg and Kesten]	6
2.3	Russo の公式	6
<b>3</b>	<b>2つの臨界確率の一意性 <math>p_H = p_T (=: p_c)</math></b>	<b>7</b>
3.1	$p_H = p_T$ : Menshikov の方法	7
3.2	$p_H = p_T$ : Aizenman-Barsky の方法	9
<b>4</b>	<b>無限クラスター</b>	<b>9</b>
4.1	エルゴード性	9
4.2	無限クラスターの一意性	10
<b>5</b>	<b>臨界確率の値</b>	<b>11</b>
5.1	Kesten の結果: $p_c = 1/2$ の証明	11
<b>6</b>	<b>追加証明</b>	<b>13</b>
6.1	無限クラスターの一意性	13
6.2	$p_H = p_T$ : Menshikov の方法	15
<b>7</b>	<b>補章 一般的な FKG 不等式, BK 不等式</b>	<b>16</b>

---

\*(液体の) 浸透, ろ過, 浸出)