

**確率過程の基礎；  
マルコフ過程とマルチンゲール  
Basics of Stochastic Processes;  
Markov Processes and Martingales**

平場 誠示 (HIRABA, Seiji)

令和2年10月8日

**目次**

<b>1</b>	<b>確率過程の定義 (Definitions of Stochastic processes)</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>離散時間マルコフ連鎖 (Discrete-time Markov Chains)</b>	<b>1</b>
2.1	基本的な例 . . . . .	1
2.2	時間的一様マルコフ連鎖 . . . . .	2
2.3	$d$ 次元ランダムウォーク . . . . .	7
2.4	ゴルトン-ワトソン過程 . . . . .	9
<b>3</b>	<b>マルチンゲール (Martingales)</b>	<b>12</b>
3.1	一様可積分性 . . . . .	12
3.2	ラドン-ニコディムの定理と条件付平均値 . . . . .	14
3.3	マルチンゲールの定義と性質、ドゥーブ分解 . . . . .	16
3.4	停止時刻と任意抽出定理 . . . . .	18
3.5	劣マルチンゲール不等式と収束定理 . . . . .	19
<b>4</b>	<b>連続時間マルコフ連鎖 (Continuous-time Markov Chain)</b>	<b>23</b>
4.1	指数時間 . . . . .	23
4.2	ポアソン過程 . . . . .	24
4.3	連続時間ランダムウォーク . . . . .	29
4.4	連続時間ゴルトン-ワトソン過程 . . . . .	29
4.5	連続時間マルコフ連鎖と推移確率 . . . . .	29

本テキストでは、離散時間・連続時間の確率過程について、マルコフ性とマルチンゲール性に関する話題を広く、浅く解説する。マルコフ過程の例として、ランダムウォーク、ゴルトン・ワトソン過程、ポアソン過程を挙げ、それらの性質についても述べる。